

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 9

締切 来週金曜日の講義開始時 : 12 月 19 日 (金)

問 1 次の関数のラプラス逆変換を、部分分数展開法と留数の定理を用いる方法の両方を用いて求めよ。

$$(1) \quad \frac{1}{s^2 - 4}$$

$$(2) \quad \frac{s + 2}{s^2 + 4}$$

$$(3) \quad \frac{s + 2}{s^2(s^2 + 1)}$$

問 2 次の微分方程式を、 $x > 0$ なる領域において、ラプラス変換を使って解け。

$$(1) \quad f''(x) - 5f'(x) + 6f(x) = 36x, \quad \text{初期条件 : } f(0) = 2, f'(0) = -1$$

$$(2) \quad f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = xe^x, \quad \text{初期条件 : } f(0) = 1, f'(0) = -1$$

$$(3) \quad f''(x) - 3f'(x) + 2f(x) = x \sin x, \quad \text{初期条件 : } f(0) = 0, f'(0) = 0$$

問 3 関数 $f(x), g(x)$ に対して、ラプラス変換における畳み込み関数 $h \equiv f * g$ とは

$$h(x) = (f * g)(x) \equiv \int_0^x f(x-t)g(t)dt$$

によって定義される。これについて次に答えよ。

(1) 任意の f, g に対して $f * g = g * f$ となることを証明せよ。

(2) 関数 $f(x), g(x)$ のラプラス変換をそれぞれ $F(s), G(s)$ とするとき、畳み込み関数 $h(x) = (f * g)(x)$ のラプラス変換は $H(s) = F(s)G(s)$ となることを証明せよ。

問 4 両辺のラプラス変換を取るにより、次の積分方程式を解いて $x > 0$ における $\phi(x)$ を求めよ。なお、ラプラス逆変換は「部分分数分解」と留数計算の両方の方法で行ってみなさい。

$$\int_0^x \phi(y)e^{-|x-y|}dy = \sin x \quad \text{for } x > 0$$

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>