

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 8

締切 来週水曜日の講義開始時：12月10日(水)

問1 ラプラス変換の定義に従って、次に挙げる代表的関数のラプラス変換 $F(s) = \mathcal{L}[f(x)]$ を求めよ。(それぞれの場合の収束領域も明示すること。 a は正の実定数とする。)

$$x \text{ のべき} : f(x) = x^2$$

$$\text{指数関数} : f(x) = e^{ax}$$

$$\text{三角関数} : f(x) = \sin ax$$

問2 次に従ってラプラス変換の代表的な性質を体得せよ。ここで、 $\mathcal{L}[f(x)]$ は関数 $f(x)$ のラプラス変換を表す。 $(a, b$ は正の実定数、 n は自然数とする。)

(1) ラプラス変換の性質

$$\mathcal{L}[e^{ax} f(x)](s) = \mathcal{L}[f(x)](s - a)$$

と問1の結果をもとに次を求めよ。

$$\mathcal{L}[e^{ax} \sin bx], \quad \mathcal{L}[e^{ax} x^2]$$

(2) ラプラス変換の性質

$$\mathcal{L}[x^n f(x)] = \left(-\frac{d}{ds}\right)^n \mathcal{L}[f(x)]$$

と問1の結果をもとに次を求めよ。

$$\mathcal{L}[x^3], \quad \mathcal{L}[xe^{ax}], \quad \mathcal{L}[x^2 \sin ax]$$

(3) ラプラス変換の性質

$$\mathcal{L}[f'(x)](s) = s\mathcal{L}[f(x)](s) - f(0)$$

とここまでのテクニックを総動員して次を求めよ。

$$\mathcal{L}[x^3 e^{ax} \cos bx]$$

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>