

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 7

締切 来週火曜日 **全学休業前日** : 11 月 25 日 (火)

支援室レポート提出ボックス (応用数学 A 班)

解説は加納先生の応用数学のページに翌日掲載する。

なお、中間試験は **12月10日 (水)** に延期します。

以下で a は正の定数とする。

問 1 正の範囲 $x > 0$ だけで定義された関数 $\phi(x)$ について、つぎの積分方程式を解け。

$$\int_0^{\infty} \phi(x) \cos kx dx = e^{-ak} \quad (k > 0 \text{ のとき})$$

問 2 次をフーリエ積分表示とみなすことによって、左辺を計算することなく次を証明せよ。

$$\int_0^{\infty} dk \frac{\cos kx}{a^2 + k^2} = \frac{\pi}{2a} e^{-ax} \quad (\text{ただし } x > 0 \text{ のとき})$$

問 3 留数の定理を用いて計算することにより、次の関数のフーリエ逆変換を求めよ。

$$(1) \quad F(k) = \frac{1}{a^2 + k^2} \qquad (2) \quad F(k) = \frac{1}{\{k - (2 + 3i)\}^2}$$

問 4 次の関数 $f(x)$ のフーリエ変換を求め、パーシバルの等式が成り立つことを確かめよ。
(フーリエ変換には複素積分を用いるのが最も直接的)

$$f(x) = e^{-ax^2}$$

問 5 合成積の考えを応用して次の積分方程式を解き、 $\phi(x)$ を求めよ。なお、フーリエ逆変換には留数計算を用いること。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(y) e^{-|x-y|} dy = x^2 e^{-x} \theta(x)$$

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>