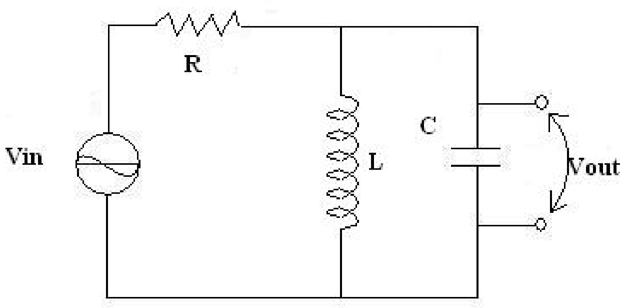
平成 26 年 10 月 24 日（金）

応用理工学類　応用数学 I

Quiz 4

締切　来週金曜日の講義開始時：10 月 31 日（金）

問 1 次の回路において、入力電圧波形 $V_{in}(t)$ と出力電圧波形 $V_{out}(t)$ の関係を考える。



（1）コイル L を流れる電流 J とコンデンサ C に溜まっている電荷 Q の間には

$$L\frac{dJ}{dt} = \frac{1}{C}Q$$

の関係があることを説明せよ。（5 点）
（2）上を用いて Q を消去することにより、電流 J が満たす微分方程式が

$$\alpha\frac{d^2J(t)}{dt} + \beta\frac{dJ(t)}{dt} + \gamma J(t) = V_{in}(t)$$

とまとまることを示し、係数 α, β, γ を決定せよ。（5 点）
（3）入力波形が単一の振動数をもつ波形

$$V_{in}(t) = V_0 e^{i\omega t}$$

としたとき、定常出力波形 $V_{out}(t)$ を求めよ。（5 点）
（4）仮に $R = 100, C = 2, L = 2$ とおいて、上で求めた出力波形と入力波形の振幅の比を（パソコンなどを用いて）グラフに描いてみよ（周波数特性）。抵抗 R が大きいときに、グラフが特定の周波数

$$\omega = \sqrt{LC}$$

で鋭いピークをもつことを説明せよ。（5 点）
（5）入力波形として周期 2π のノコギリ波

$$V_{in}(t) = at \text{ for } -\pi \le t < \pi, \qquad V_{in}(t \pm 2\pi) = V_{in}(t)$$

を加えたとき、$R = 100, C = 2, L = 2$ として定常出力波形を計算し、グラフに描いてみよ。（4 0 点）

問 2 区間 $[-L, L)$ において次の関数 $f(x)$ を考える。

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -L \le x < -a \\ 1 & -a \le x < a \\ 0 & a \le x < L \end{cases}$$

ここで、$L > 0$ で、a は $0 < a < L$ の定数である。以下に答えよ。（各１０点）

(1) 考えている区間においては $f(x)$ を次のように書けることを示せ。$\theta(x)$ は階段関数。

$$f(x) = \theta(x+a) - \theta(x-a)$$

(2) 考えている区間において、$f(x)$ の導関数が以下のように与えられることを示せ。

$$f'(x) = \delta(x+a) - \delta(x-a)$$

(3) 考えている区間において $f'(x)$ を次のようにフーリエ級数展開したとする。

$$f'(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\frac{in\pi x}{L}}$$

フーリエ係数 c_n を求めよ。

(4) (3) の結果を項別積分することにより、考えている区間 $[-L, L)$ における関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開を求め、$f(x)$ を直接フーリエ級数展開したものと比べよ。

応用数学 I のホームページ

`http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html`