

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 2

締切 来週水曜日の講義開始時 : 10 月 15 日

問 1 関数 $f(x) = \sin x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) について、以下の問いに答えよ。

- (i) 関数 $f(x)$ を偶関数に周期的拡張したときのグラフの概略を書け。
この関数をフーリエ余弦級数に展開せよ。
- (ii) 関数 $f(x)$ を奇関数に周期的拡張したときのグラフの概略を書け。
この関数をフーリエ正弦級数に展開せよ。

問 2 つぎの級数で表される関数に関して、以下の問に答えよ。

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$$

- (1) $f(x)$ はどのような周期の関数か。
- (2) $f(x)$ には不連続点があるか。
- (3) $-\pi \leq x \leq \pi$ の範囲において $f(x) = x^2$ であることを示せ。
- (4) (1) の結果を用いて、以下の式を示せ。

$$\zeta(2) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

ここで $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ はリーマン (Riemann) のゼータ関数 (zeta function) とよばれる、数学史上有名な関数である。

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>